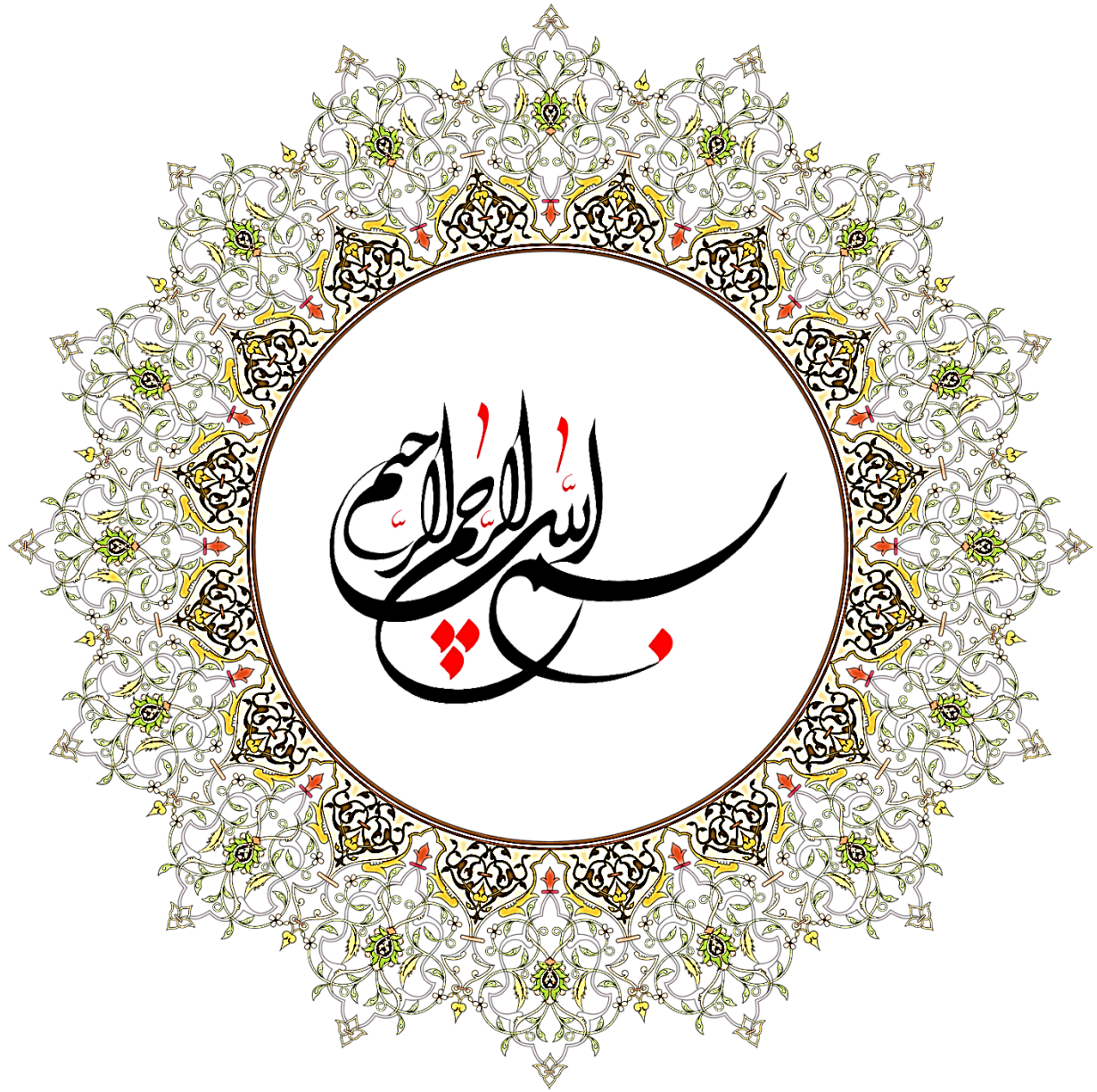

بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شهید چمران اهواز

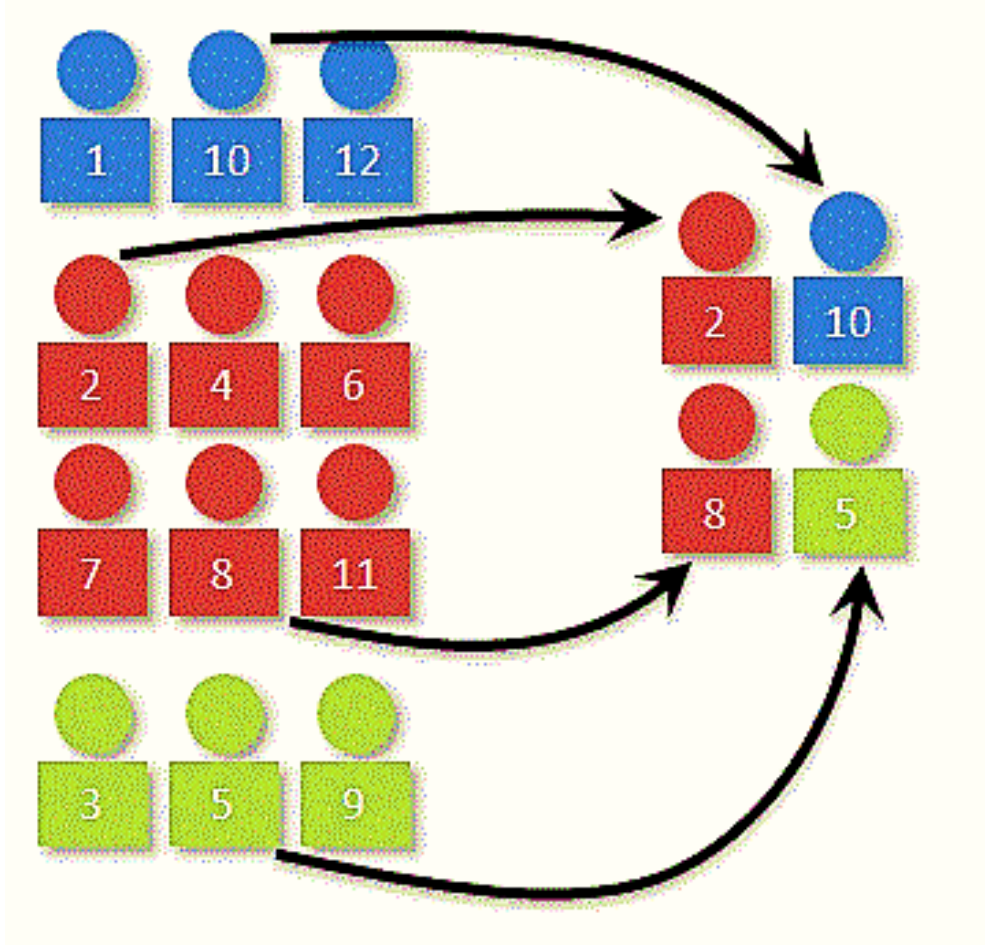
روشهای نمونه گیری

مجتبی جهانی فر
دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی
نیم سال اول سال تحصیلی ۹۹-۹۸

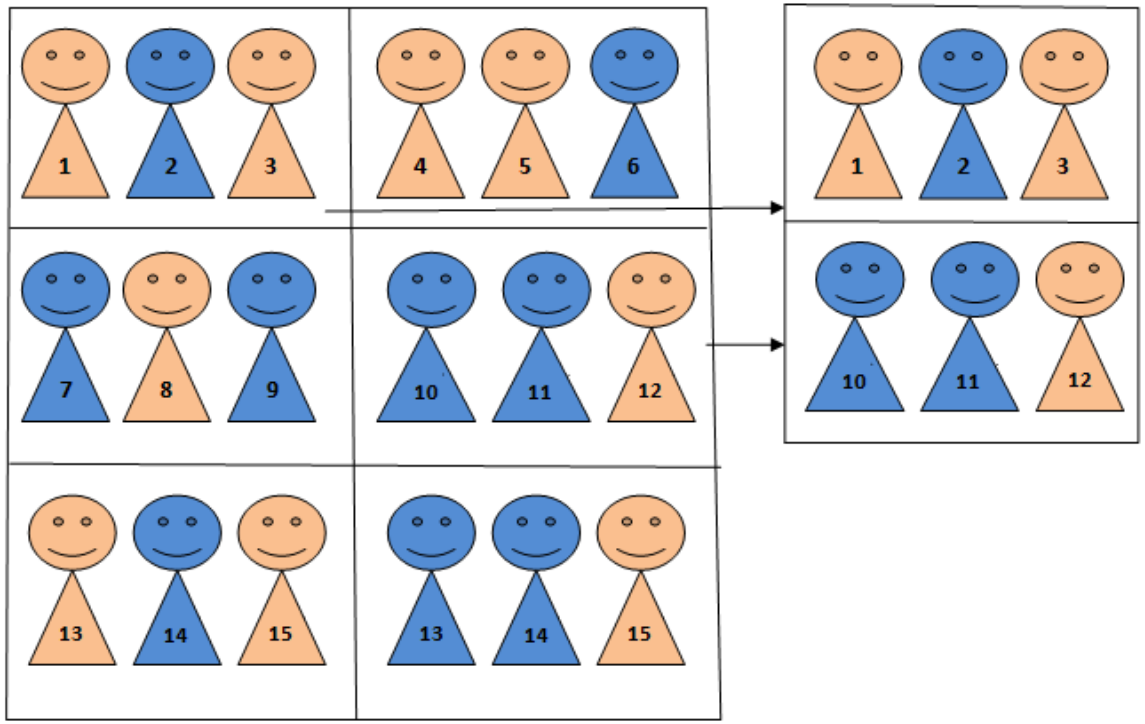
درس هشتم

نمونه گیری خوشه ای
cluster sampling

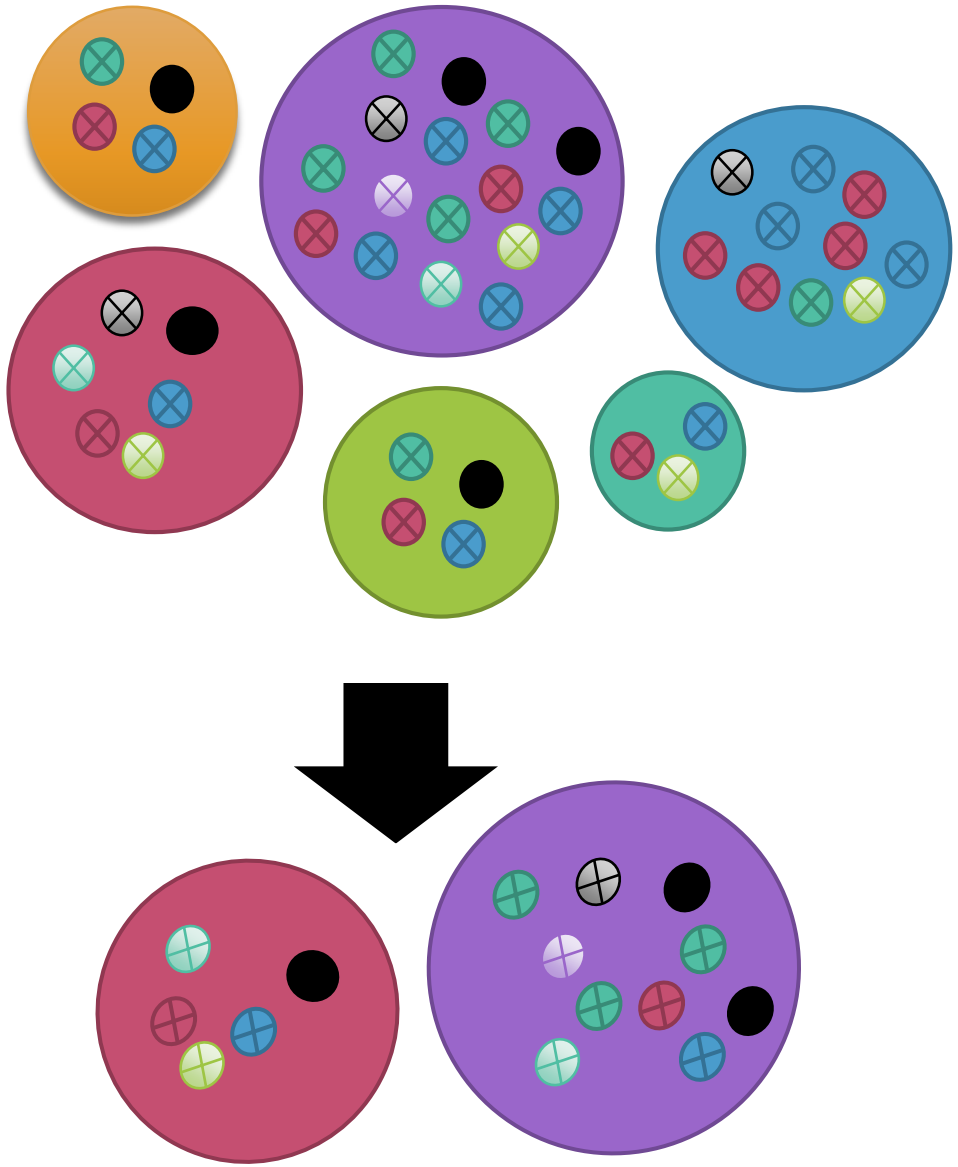
- هرگاه واحدهای نمونه به گونه ای انتخاب شوند که هریک شامل تعدادی عنصر باشد، این واحد نمونه گیری خوشه نام دارد.
- چرا از نمونه گیری خوشه ای استفاده می کنیم؟
- در برخی طرح های نمونه گیری هزینه دستیابی به چارچوب نمونه گیری و شمارش عناصر بالاست.
- در برخی موارد چارچوب نمونه گیری مشخصی در دسترس نیست.
- در برخی موارد هزینه انجام مشاهدات و اندازه گیری ها با افزایش پراکندگی ها افزایش می یابد.



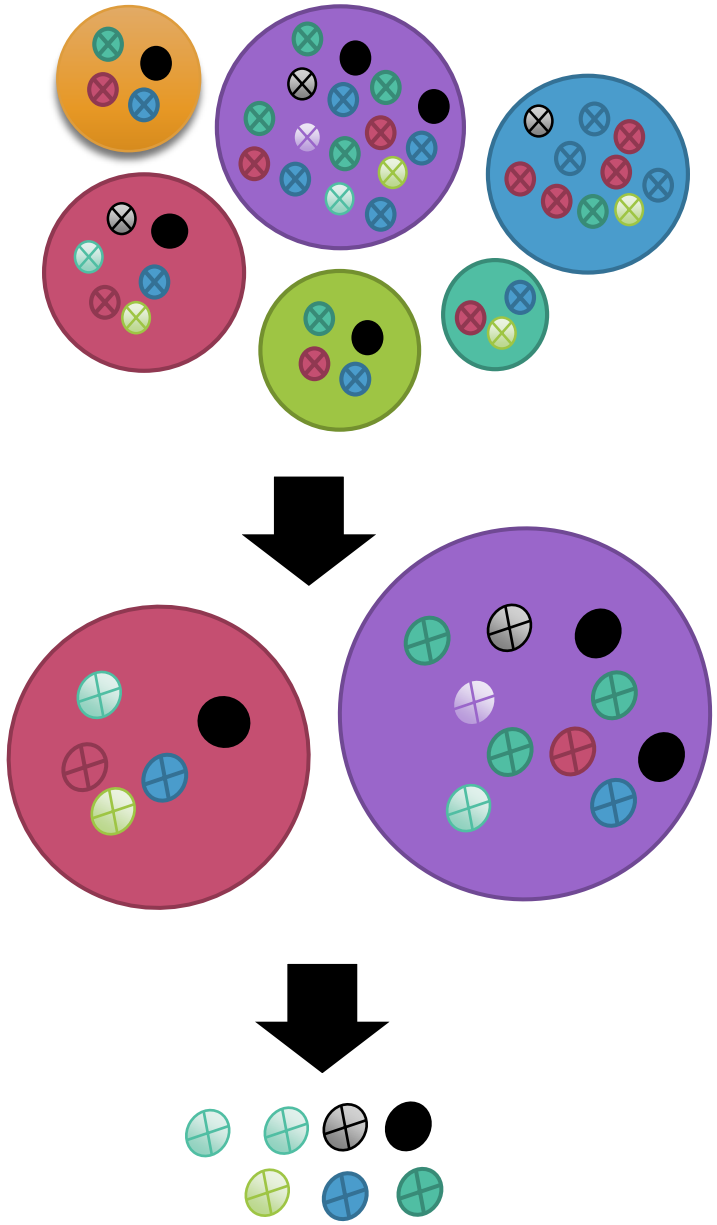
نمونه گیری تصادفی با طبقه بندی



نمونه گیری خوشه ای



نمونه گیری خوشه ای یک مرحله ای



نمونه گیری خوشه ای دو مرحله ای

- جامعه ای شامل N خوشه که حجم هر خوشه برابر Mi است در نظر بگیرید:

$$M_1 \quad M_2 \quad \ldots\ldots \quad M_N$$

- بدین ترتیب حجم جامعه و متوسط حجم خوشه ها به صورت زیر خواهد بود:

$$M_. = \sum_{i=1}^{N} M_i \qquad \overline{M} = \frac{M_.}{N}$$

اگر واحدهای مشاهده شده در خوشه iام را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$Y_{i1} \quad Y_{i2} \quad \ldots\ldots Y_{iM_i}$$

میانگین خوشه iام و میانگین جامعه به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\overline{Y}_{i.} = \frac{1}{M_i}\sum_{j=1}^{M_i} Y_{ij} \xrightarrow{M_1=M_2=\ldots M_N=M} \overline{Y}_{i.} = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M} Y_{ij}$$

$$\overline{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{m_i} Y_{ij}}{\sum_{i=1}^{m_i} M_i} \xrightarrow{M_1=M_2=\ldots M_N=M} \overline{Y}_{..} = \frac{1}{NM}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} Y_{ij}$$

همچنین تغییرات هر خوشه به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_i^2 = \frac{1}{M_i - 1}\sum_{j=1}^{M_i}(Y_{ij} - \overline{Y}_{i\cdot})^2 \xrightarrow{M_1=M_2=\ldots M_N=M} S_i^2 = \frac{1}{M - 1}\sum_{j=1}^{M}(Y_{ij} - \overline{Y}_{i\cdot})^2$$

میانگین تغییرات خوشه ها به صورت زیر تعریف می شود :

$$\overline{S_w^2} = \frac{1}{N}(S_1^2 + S_2^2 + \ldots + S_N^2) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S_i^2$$

تغییر میانگین خوشه ها نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_b^2 = \frac{1}{N - 1}\sum_{i=1}^{N}(\frac{M_i}{\overline{M}}\overline{Y}_{i\cdot} - \overline{Y}_{\cdot\cdot})^2 \xrightarrow{M_1=M_2=\ldots M_N=M} S_b^2 = \frac{1}{N - 1}\sum_{i=1}^{N}(\overline{Y}_{i\cdot} - \overline{Y}_{\cdot\cdot})^2$$

ساختار جامعه

شماره خوشه	حجم خوشه	واحدهای خوشه	میانگین خوشه	تغییرات خوشه
۱	M_1	$Y_{11} Y_{12} \ldots\ldots Y_{1M_1}$	$\bar{Y}_{1\cdot}$	S_1^2
۲	M_2	$Y_{21} Y_{22} \ldots\ldots Y_{2M_2}$	$\bar{Y}_{2\cdot}$	S_2^2
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	M_i	$Y_{i1} Y_{i2} \ldots\ldots Y_{iM_i}$	$\bar{Y}_{i\cdot}$	S_i^2
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
N	M_N	$Y_{N1} Y_{N2} \ldots\ldots Y_{NM_i}$	$\bar{Y}_{N\cdot}$	S_N^2

S_b^2

$\overline{S_w^2}$

- از جامعه شامل N خوشه، n خوشه به طور تصادفی انتخاب می شود به طوری که میانگین نمونه ها به صورت زیر تعریف می شود:

$$\overline{Y}_{۱۰} \quad \overline{Y}_{۲۰} \quad \ldots\ldots \quad \overline{Y}_{n۰}$$

- میانگین نمونه خوشه ای (نمونه حاصل از خوشه های نمونه برداری شده) به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$\overline{Y}_{n} = \frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}\frac{M_i}{\overline{M}}\overline{Y}_{i\cdot} \xrightarrow{M_۱=M_۲=\ldots M_N=M} \overline{Y}_{n} = \frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}\overline{Y}_{i\cdot}$$

- این میانگین برآوردگر ناااریب برای میانگین جامعه است.

برای این میانگین نیز می توان واریانس میانگین تعریف کرد:

$$V(\overline{Y}_{n}) = \left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{S_b^{۲}}{n}$$

برای برآورد آن می توان از تغییرات نمونه ای خوشه ها استفاده کرد:

$$s_b^{۲} = \frac{۱}{n-۱}\sum_{i=۱}^{n}\left(\frac{M_i}{\overline{M}}\overline{Y}_{i\cdot} - \overline{Y}_{n}\right)^{۲} \xrightarrow{M_۱=M_۲=\ldots M_N=M} s_b^{۲} = \frac{۱}{n-۱}\sum_{i=۱}^{n}\left(\overline{Y}_{i\cdot} - \overline{Y}_{n}\right)^{۲}$$

ساختار نمونه ها

شماره خوشه نمونه	حجم خوشه نمونه	واحدهای خوشه نمونه	میانگین خوشه نمونه	میانگین موزون خوشه نمونه	تغییرات خوشه نمونه
۱	$M_۱$	$Y_{۱۱} Y_{۱۲} \ldots\ldots Y_{۱M_۱}$	$\bar{Y}_{۱۰}$	$\frac{M_۱}{M}\bar{Y}_{۱۰}$	$S_۱^۲$
۲	$M_۲$	$Y_{۲۱} Y_{۲۲} \ldots\ldots Y_{۲M_۲}$	$\bar{Y}_{۲۰}$	$\frac{M_۲}{M}\bar{Y}_{۲۰}$	$S_۲^۲$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
i	M_i	$Y_{i۱} Y_{i۲} \ldots\ldots Y_{iM_i}$	$\bar{Y}_{i۰}$	$\frac{M_i}{M}\bar{Y}_{i۰}$	$S_i^۲$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	M_n	$Y_{n۱} Y_{n۲} \ldots\ldots Y_{nM_i}$	$\bar{Y}_{n۰}$	$\frac{M_n}{M}\bar{Y}_{n۰}$	$S_n^۲$

$\bar{\bar{Y}}_n$

مثال ۲–۸

مثال ۳–۸

- گاهی اوقات نسبت یک مشخصه در جامعه باید برآورد شود. ساختار نمونه برای نسبت در جدول زیر آمده است :

شماره خوشه نمونه	حجم خوشه نمونه	نسبت خوشه نمونه	نسبت موزون خوشه نمونه
۱	$M_۱$	$p_۱$	$\frac{M_۱}{\overline{M}} p_۱$
۲	$M_۲$	$p_۲$	$\frac{M_۲}{\overline{M}} p_۲$
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
i	M_i	p_i	$\frac{M_i}{\overline{M}} p_i$
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
n	M_n	p_n	$\frac{M_n}{\overline{M}} p_n$

$\rightarrow \overline{p}_n$

- نسبت صفت در جامعه از رابطه روبرو بدست می آید:

$$P = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{Mi}{M}P_i$$

- این نسبت به وسیله نسبت نمونه خوشه ای برآورد خواهد شد:

$$P = p_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{M_i}{M}p_i$$

- برآورد واریانس این نسبت از رابطه زیر قایل محاسبه است:

$$V(p_n) = \left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{s_b^2}{n}$$

مثال ۸-۹

مثال ۸-۱۰

$$s_b^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{M_i}{M}p_i - \overline{p}_n\right)^2 \xrightarrow{M_1=M_2=\ldots M_N=M} s_b^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(p_i - \overline{p}_n)^2$$

تکالیف

تمرین های منتخب فصل هشتم کتاب آمارگیری نمونه ای